



انستتارات خوشخوان

خوشخوان

آزمون ۴ - ریاضیات رشته ریاضی

سوال

۱۴۰۲/۱۰/۲۸

۶۴۰۱۸۰۹

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ دانا سایی



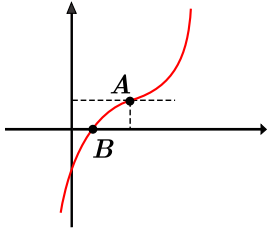
۱) نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و سپس دو واحد به چپ و k واحد به بالا انتقال می‌دهیم. به ازای کدام مقدار

k ، نمودار حاصل نیمساز ناحیه سوم را در نقطه‌ای به طول -4 قطع می‌کند؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲) نمودار تابع $f(x) = (4x^2 + 3)(2x + 3)$ را دو واحد به راست و هفت واحد به پایین انتقال می‌دهیم سپس طول نقاط منحنی را دو برابر

می‌کنیم. اگر نمودار حاصل به صورت مقابل باشد طول پاره خط AB کدام است؟

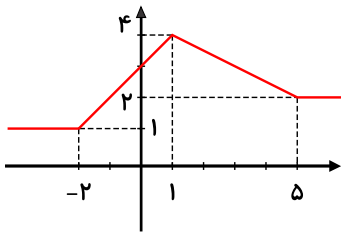


- ۱) $2\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) $2\sqrt{2}$

۳) یکنوایی تابع $f(x) = 2x + (x+2)|x|$ در \mathbb{R} با افزایش x چگونه است؟

- ۱) صعودی ۲) نزولی ۳) ابتدا صعودی سپس نزولی ۴) ابتدا نزولی سپس صعودی

۴) نمودار تابع $y = f(x-1)$ به صورت مقابل است، اگر تابع $y = f(2|x| + k)$ در \mathbb{R} هم صعودی باشد و هم نزولی، حدود k کدام است؟



- ۱) $k \leq -4$ ۲) $k \leq -2$ ۳) $k \geq 4$ ۴) $k \geq 2$

۵) مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم $p(x) = x^7 - 9x^5 + x^2 + ax - 2$ بر $x - 3$ برابر 7 است. باقی‌مانده تقسیم

$xp(x-1) + (x-1)p(x)$ بر $x - 2$ چقدر است؟

- ۱) -120 ۲) -140 ۳) -160 ۴) -180

۶) چند جمله‌ای $p(x) = ax^2 + bx + c$ با ضرایب طبیعی مفروض است. باقی‌مانده و خارج قسمت تقسیم $p(x)$ بر $2ax + b$ به ترتیب برابر

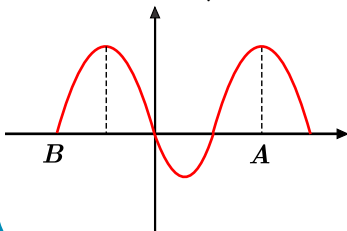
-45 و $\frac{1}{2}x + 3$ است. کمترین مقدار $p(1)$ کدام است؟

- ۱) 53 ۲) 48 ۳) 45 ۴) 56

۷) تابع $f(x) = 2 \sin^2(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{8})$ در بازه $(\frac{13}{2}, \alpha)$ یکنوای اکید است. نوع یکنوایی و حداکثر مقدار α کدام است؟

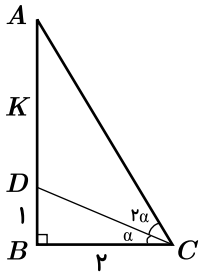
- ۱) $8,5$ و نزولی اکید ۲) $10,5$ و صعودی اکید ۳) $8,5$ و صعودی اکید ۴) $10,5$ و نزولی اکید

۸) بخشی از نمودار تابع $f(x) = 1 + a \cos(bx + \frac{\pi}{3})$ به صورت زیر است. اگر اختلاف طول دو نقطه A و B برابر $\frac{4\pi}{3}$ باشد حاصل $a + b$ کدام است؟



- ۱) 2 ۲) -2 ۳) -4 ۴) 4

۹ در شکل مقابل مقدار k کدام است؟



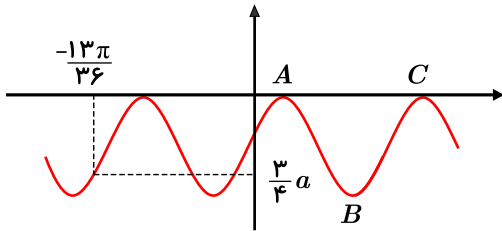
۱۰ (۲)

۹ (۱)

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ در شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin^2(bx - \frac{\pi}{4})$ رسم شده است. اگر مساحت مثلث ABC برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد مقدار a کدام است؟



(۲) -۲

(۱) -۱

(۴) -۲/۳

(۳) -۳

۱۱ اگر $f(x) = \sin^2 x$ را نسبت به خط $x = \frac{\pi}{4}$ بازتاب کنیم سپس $\frac{\pi}{3}$ به چپ انتقال دهیم تابع به دست آمده نمودار f را در بازه $[0, 2\pi]$ در

چند نقطه قطع می‌کند؟

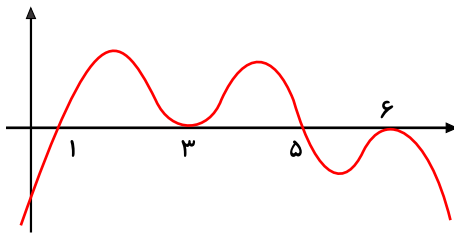
(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۴

(۱) ۶

۱۲ نمودار تابع $g = f(x)$ به صورت مقابل است. اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos(\pi[x])}{f(-x)} = -\infty$ باشد مقدار a کدام می‌تواند باشد؟



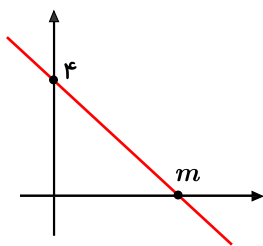
(۱) -۱

(۲) -۳

(۳) -۵

(۴) ۶

۱۳ نمودار تابع f به صورت مقابل است. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = 9$ و $\lim_{x \rightarrow m} \frac{3x - 5}{2x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد حاصل $a + b$ کدام است؟



(۲) -۳۲/۹

(۱) -۱۶/۹

(۴) ۳۲/۳

(۳) ۱۶/۳

۱۴ کدام گزینه صحیح است؟

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\sin^2 x}{x} \right] = 0$ (۴)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\sin x^2}{x} \right] = 0$ (۳)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\sin x}{x} \right] = 0$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{-\sin^2 x}{x} \right] = -1$ (۱)

۱۵ مجانب تابع $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$ در کدام بازه، بالای نمودار تابع قرار می‌گیرد؟

(۴) $(5, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -5]$

(۲) $[1, +\infty)$

(۱) $(-\infty, -5] \cup [1, +\infty)$

۱۶ اگر محل برخورد جانب‌های قائم و افقی تابع $y = -3f(2x - 3) + 4$ ، نقطه $(5, -3)$ باشد محل برخورد و مجانب‌های قائم و افقی تابع

$y = 2f^{-1}(x + 1) - 3$ کدام نقطه است؟

(۴) $(-\frac{1}{3}, -9)$

(۳) $(-9, -\frac{1}{3})$

(۲) $(-21, -\frac{4}{3})$

(۱) $(-\frac{4}{3}, -21)$

۱۷) اگر نمودار $y = 3 - \sqrt{\frac{2x-a}{x+2}}$ اطراف مجانب افقی خود به صورت زیر باشد، a چند مقدار صحیح منفی را اختیار می کند؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) بی شمار

۱۸) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه با فرض $A^2 - A^2 = mA + nI$ حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{17}{4}$ ۲) $\frac{15}{4}$ ۳) ۵ ۴) ۴

۱۹) اگر $A = [i^r + ij]_{3 \times 3}$ و $B = \begin{bmatrix} m+2 & 3 & 4 \\ 6 & k+1 & 10 \\ 12 & 15 & n-1 \end{bmatrix}$ ، به طوری که $A = B$ ، آنگاه حاصل $m + n + k$ کدام است؟

- ۱) ۲۷ ۲) ۲۶ ۳) ۲۵ ۴) ۱۷

۲۰) اگر $A = [i + j]_{2 \times 2}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & A & 5 \end{bmatrix}$ آنگاه حاصل $|B - I| - |A + 2I|$ کدام است؟

- ۱) ۱۵ ۲) -۱۰ ۳) ۱۲ ۴) -۲۰

۲۱) اگر $AB = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $A^2 = 3A - I$ آنگاه $A^{-1}B$ کدام است؟

- ۱) $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

۲۲) اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر باشند و $2A + 3B = AB$ آنگاه کدام یک از ماتریس های زیر همانی است؟

- ۱) $2AB + 3A^{-1}B^{-1}$ ۲) $2A^{-1} + 3B^{-1}$ ۳) $2B^{-1} + 3A^{-1}$ ۴) $2A^{-1} + 3B^{-1} + AB$

۲۳) اگر $A^2 = 2A - I$ آنگاه وارون ماتریس $A + 3I$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{16}(5I - A)$ ۲) $\frac{1}{16}(A - 5I)$ ۳) $\frac{1}{16}(A + 5I)$ ۴) $\frac{1}{16}(5A - I)$

۲۴) کدام گزینه درست است؟

- ۱) اگر صفحه ای فقط یکی از مولدهای سطح مخروطی را قطع نکند، مقطع حاصل سهمی است.
 ۲) اگر صفحه ای با دو تا از مولدهای سطح مخروطی موازی باشد، مقطع حاصل بیضی است.
 ۳) اگر صفحه ای از رأس سطح مخروطی عبور کند مقطع حاصل نقطه یا دو خط متقاطع است.
 ۴) اگر صفحه ای با محور سطح مخروطی موازی باشد ولی از رأس عبور نکند مقطع حاصل هذلولی است.

۲۵) مثلث ABC مفروض است. در صفحه مثلث حداکثر چند نقطه وجود دارد که از رأس A به فاصله ۳ سانتی متر بوده و از اضلاع AB و BC به یک فاصله باشد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۶) شعاع بزرگ ترین دایره ای که بر هر دو محور مختصات و نیز بر دایره $x^2 + y^2 - 12x - 14y + 81 = 0$ مماس خارج باشد، کدام است؟

- ۱) ۱۶ ۲) ۲۴ ۳) ۲۷ ۴) ۴۲

۲۷) مکان هندسی وسط وترهایی به طول $\sqrt{28}$ از دایره $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 7 = 0$ کدام است؟

- ۱) دایره ای به مرکز $O(-1, 2)$ و شعاع $\sqrt{5}$ ۲) دایره ای به مرکز $O(1, -2)$ و شعاع $\sqrt{19}$
 ۳) خطی به فاصله $\sqrt{5}$ از مرکز دایره ۴) خطی به فاصله $\sqrt{19}$ از مرکز دایره

۲۸ از نقطه A خارج دایره $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ مماسی به انداره ۴ بر دایره رسم می‌کنیم. فاصله دورترین نقاط دایره از نقطه A چقدر است؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۲۹ مساحت مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آنها از نقطه $A \left| -\frac{1}{2} \right|$ ، نصف فاصله‌شان از نقطه $B \left| -\frac{2}{1} \right|$ باشد، کدام است؟

- ۱) $2\sqrt{2}\pi$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۸ ۴) 8π

۳۰ چند عدد طبیعی دو رقمی مانند n وجود دارد که به ازای آن حاصل $4n + 1$ مربع کامل بوده و نیز حاصل $\frac{n(n+1)}{2}$ عددی زوج باشد؟

- ۱) کمتر از ۴ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) بیشتر از ۶

۳۱ اگر اعداد صحیح a, b, c, d چنان باشند که $a|bd^2 + ac^2$ آنگاه کدام یک از روابط زیر برقرار خواهد بود؟

- ۱) $a|bc^2$ ۲) $a|d^2c^2$ ۳) $a|bd^2$ ۴) $a|d^2 + c^2$

۳۲ مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی مانند a که در تقسیم بر هریک از دو عدد b و $b + 3$ به ترتیب باقی‌مانده‌های ۷ و ۱۱ داشته باشد کدام است؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۳۳ رقم دهگان بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه رقمی که مانند a که به ازای آن حاصل $(2a, 707, 4900)$ برابر ۹۸ باشد، کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۴ ۴) ۳

۳۴ مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد طبیعی دو رقمی مانند m که هم نهشتی $2 \equiv 3m + 1402 \pmod{m}$ را به گزاره‌ای درست تبدیل کند کدام است؟

- ۱) ۱۷ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲ ۴) ۷

۳۵ باقی‌مانده تقسیم عدد $A = 14^{27} + 91^{14}$ بر ۲۴ کدام است؟

- ۱) ۹ ۲) ۱۵ ۳) ۱۷ ۴) ۷

۳۶ بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مانند n چنان است که $17 + 73n$ مضرب ۱۳ است. رقم یکان n کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۷ ۳) ۳ ۴) ۵

۳۷ اگر سه رقم سمت راست عدد $A = 7! + 17!$ به صورت \overline{abc} باشد آنگاه $5a + 3b + c$ کدام است؟

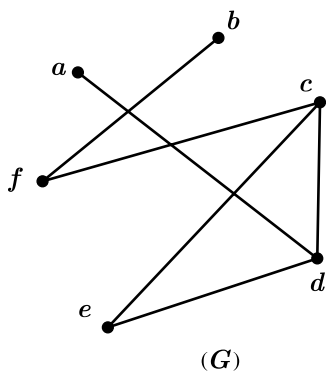
- ۱) ۳۲ ۲) ۴۲ ۳) ۲۲ ۴) ۱۲

۳۸ گراف r - منتظم از مرتبه ۷ از گراف r' - منتظم از مرتبه ۶ به تعداد ۵ یال بیشتر دارد. $3r + 2r'$ کدام است؟

- ۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

۳۹ در گراف مقابل حاصل $|N_G[b] \cup N_G(e)|$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۵



(G)

۴۰ در گراف k_5 تعداد زیرگراف‌های به فرم k_4 را a و تعداد زیرگراف‌های به فرم k_3 را b می‌نامیم. مجموع ارقام $3a + 4b$ کدام است؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۷



انستارات خوستخوان

خوشخوان