



انتشارات خوشخوان

خوشخوان

آزمون ۴ - فیزیک ریاضی

پاسخ

۶۴۵۴۶۹۷

۱۴۰۲/۱۰/۲۸

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ دانش‌آزمایی



پاسخنامه تشریحی

بیشترین تندی در لحظه‌های $t = 2$ و $t = 4$ وجود دارد، چون شیب نمودار $x - t$ بیشینه است.

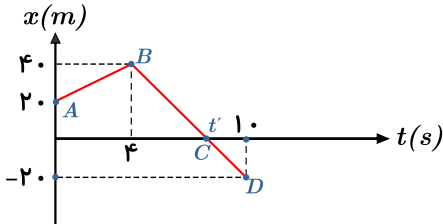
۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\bar{a}_{2 \rightarrow 4} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_{t=4} - V_{t=2}}{2} = \frac{6 - (-6)}{2} = 6 \frac{m}{s^2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

درستی مورد الف: با استفاده از تشابه $\frac{t' - 4}{10 - t'} = \frac{40}{20}$ زمان $t' = 8$ به دست می‌آید. وقتی متحرک از مبدأ عبور می‌کند، بردار مکان تغییر علامت می‌دهد.

درستی مورد ب:



$$\bar{S} = \frac{L_{AB} + L_{BCD}}{t_{AD}} = \frac{20 + 60}{10} = 8$$

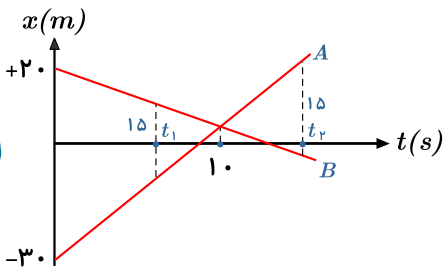
درستی مورد ج و د:

در بازه زمانی $8 < t < 10$ سرعت منفی و بردار مکان هم منفی است.

در بازه زمانی $4 < t < 8$ سرعت منفی و بردار مکان مثبت است.

در بازه زمانی $0 < t < 4$ سرعت مثبت و بردار مکان هم مثبت است.

مطابق شکل با استفاده از تشابه خواهیم داشت: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳



$$\frac{15}{50} = \frac{10 - t_1}{10} \Rightarrow t_1 = 7$$

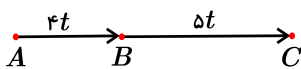
$$\frac{15}{15} = \frac{t_2 - 10}{10 - t_1} = \frac{t_2 - 10}{3} \Rightarrow t_2 = 13$$

بنابراین در بازه زمانی $7 < t < 13$ فاصله دو متحرک کمتر از ۱۵ متر است.

با توجه به علامت شتاب و مقدار سرعت اولیه الزماً شیب سرعت باید در ابتدا مثبت باشد و سپس ثابت شود بنابراین موارد الف و د امکان پذیر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

۱ ۲ ۳ ۴ ۵



$$d_{AB} = \frac{1}{2} a (4t)^2 = 16 \left(\frac{1}{2} a t^2 \right) \Rightarrow d_{BC} = (11 - 16) \frac{1}{2} a t^2$$

$$d_{AC} = \frac{1}{2} a (9t)^2 = 11 \left(\frac{1}{2} a t^2 \right)$$

$$\frac{d_{AB}}{d_{BC}} = \frac{16 \left(\frac{1}{2} a t^2 \right)}{65 \left(\frac{1}{2} a t^2 \right)} = \frac{16}{65}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$\bar{V}_{0 \rightarrow 4} = V_{t=4} = \frac{\Delta x_{0 \rightarrow 4}}{\Delta t} = \frac{48}{4} = 12 \rightarrow V_{t=4} = 12 \frac{m}{s}$$

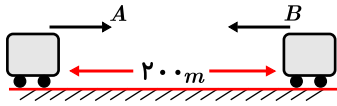
$$\bar{V}_{4 \rightarrow 8} = V_{t=8} = \frac{\Delta x_{4 \rightarrow 8}}{\Delta t} = \frac{80}{4} = 20 \rightarrow V_{t=8} = 20 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{V_{t=8} - V_{t=4}}{\Delta t} = \frac{20 - 12}{4} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + V_0 t \rightarrow 48 = \frac{1}{2} (2) (4)^2 + V_0 (4) \Rightarrow 48 - 16 = 4V_0$$

$$4V_0 = 32 \Rightarrow V_0 = 8 \frac{m}{s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷



$$\Delta x_A = \frac{1}{2}(2)(4)^2 + 6(4) = 40m$$

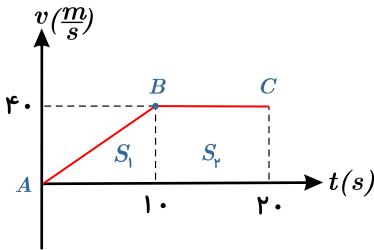
$$\Delta x_B = \frac{1}{2}(4)(4)^2 + 4(4) = 48m$$

$$200 - (40 + 48) = 200 - 88 = 112m$$

بنابراین فاصله بین دو متحرک چنین خواهد بود:

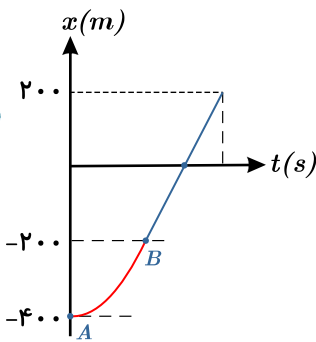
۱ ۲ ۳ ۴ ۸

ابتدا با توجه به نمودار $V-t$ جابه‌جایی مرحله را معلوم می‌کنیم:

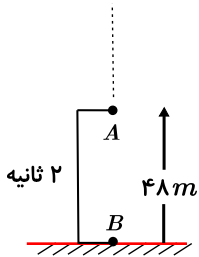


$$S_1 = \frac{1}{2}(10)(40) = 200 \rightarrow \Delta x_{AB} = 200m$$

$$S_2 = 10 \times 40 = 400 \rightarrow \Delta x_{BC} = 400m$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۹



$$(\bar{V}_{AB})(t) = \Delta y$$

$$\left(\frac{V_A + V_B}{2}\right)(2) = 48$$

$$V_B = gt + V_A = 20 + V_A$$

$$\Rightarrow (V_B - 20) + V_B = 48 \Rightarrow 2V_B = 68 \Rightarrow V_B = 34 \frac{m}{s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$A \text{ گلوله } : \Delta y_A = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 125 = 5t^2 \Rightarrow t = 5$$

گلوله A در مدت ۵ ثانیه به زمین می‌رسد.

گلوله B ۲ ثانیه دیرتر حرکت کرده است بنابراین ۳ ثانیه در حرکت است:

$$\Delta y_B = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_B = 5(3)^2 = 45m$$

بنابراین فاصله دو گلوله، هنگامی که A به زمین می‌رسد ۸۰ متر است.

نیروی که سطح شیب دار به جسم وارد می‌کند حاصل برابری نیروهای F_N و F_k است که مطابق زیر محاسبه می‌شود: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$F_T = \sqrt{(F_N)^2 + (F_k)^2}$$

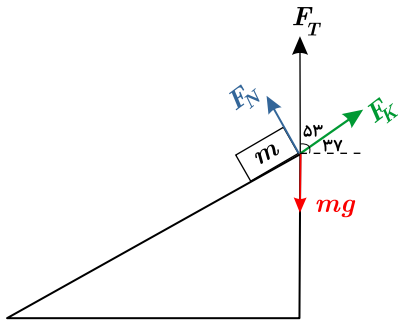
با توجه به این که جسم با تندی ثابت به سمت پایین می‌آید متوجه می‌شویم که جسم شتاب ندارد و برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است پس، نتیجه می‌شود که برابری نیروهای F_N و F_k با وزن جسم طبق قانون اول نیوتن برابر است.

$$F_{net} = ma$$

$$F_{net} = 0$$

$$\sqrt{F_N^2 + F_k^2} = mg = 0.4 \times 10 = 4$$

مطابق شکل داریم:



$$mg = 0.4 \times 10 = 4$$

پس نیروی سطح $4N$ است و با سطح زاویه 53 درجه می‌سازد.

جعبه‌ای روی سطح کامیون در حال حرکت است. حداکثر شتاب کامیون برای آن که جعبه نلغزد $\mu_s g$ است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

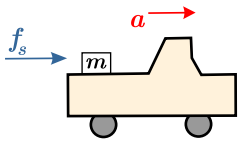
$$f_s = ma, f_s \max = \mu_s mg$$

$$f_s \leq f_s \max \Rightarrow ma \leq \mu_s mg$$

$$a \leq \mu_s g$$

$$a \leq 0.4 \times 10 \Rightarrow a \leq 4$$

اما در صورت سؤال جعبه روی سطح کامیون در حال حرکت است. حداکثر شتاب کامیون برای آن که جعبه نلغزد $\mu_s g$ است. با استفاده از رابطه مستقل از سرعت ثانویه $t = 6$ را به دست می‌آوریم.

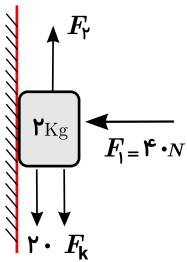


$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t$$

$$72 = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 0 \quad \boxed{t = 6s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

در ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:
حداکثر نیروی اصطکاک را محاسبه می‌کنیم:



$$f_s \max = \mu_s f_N$$

$$f_s \max = \frac{1}{2} \times 40 = 20$$

اندازه نیروی F_f را در $t = 10s$ محاسبه می‌کنیم. $F_f = 60N$

نیروی اصطکاک جنبشی را نیز محاسبه می‌کنیم:

$$f_k = \mu_k \times f_N$$

$$f_k = 0.3 \times 40 \Rightarrow 12$$

از لحظه صفر تا لحظه‌ای که نیروی اصطکاک ایستایی به حداکثر خود برسد داریم:

$$F_{net} = 0$$

$$F_f = mg + f_s m$$

$$6t = 20 + 20 = 40$$

$$6t = 40$$

$$t = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

$$F_{net} = F_f - mg - f_k$$

$$F_{net} = 6t - 32$$

برای لحظه‌های بعد از $\frac{20}{3}s$ داریم:

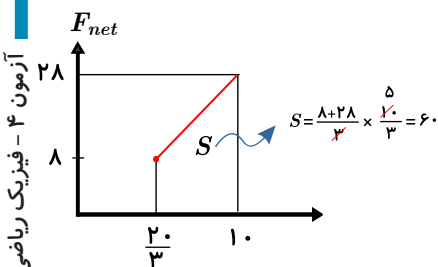
نمودار $F_{net} - t$ را رسم می‌کنیم:

مساحت زیر نمودار $F_{net} - t$ می‌شود:

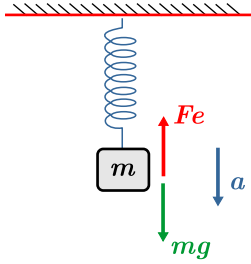
$$S = \frac{1 + 21}{2} \times \frac{5}{3} = 60 = \Delta p$$

$$\Delta p = m(V_{10} - V_{\frac{20}{3}})$$

$$\frac{60}{2} = V_{10} - V_{\frac{20}{3}} \quad \boxed{V_{10} = 30}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴



$$\begin{aligned}
 mg - Fe &= ma \\
 mg - ma &= Fe \\
 m(g - a) &= Fe \\
 m(g - a) &= k\Delta x \\
 \Delta x &= \frac{m(g - a)}{k} = \\
 \Delta x &= \frac{2(10 - 12)}{500} = \frac{-4}{500} \\
 \Delta x &= -8 \times 10^{-3} \\
 \Delta x &= -0,008 \text{ m} \Rightarrow -0,8 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

در صورت حرکت تند شونده به سمت پایین و کند شونده به سمت بالا طول فنر کاهش می‌یابد:
به شرط $a > g$ در تند شونده به سمت پایین

$$\begin{aligned}
 L_v &= L_o - \Delta L \\
 45 - 0,8 &= 44,2
 \end{aligned}$$

در حالت اول برآیند دو نیرو را محاسبه می‌کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵)

$$\begin{aligned}
 F_T &= \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2} = \sqrt{2}F_1 \\
 \sqrt{2}F_1 &= ma_1 \quad V_o = 0 \quad t \quad \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_o t \\
 a_1 &= \frac{\sqrt{2}F_1}{m} \quad \boxed{1} \quad x = \frac{1}{2}a_1 t^2 + 0
 \end{aligned}$$

در حالت دوم برآیند دو نیرو می‌شود:

$$\begin{aligned}
 F_1 + F_2 &\Rightarrow 2F_1 \quad V_o = 0 \quad t' \quad \Delta x = \frac{1}{2}a_v t'^2 + V_o t' \\
 a_v &= \frac{2F_1}{m} \quad 2F_1 = ma_v \quad \boxed{2} \quad 2x = \frac{1}{2}a_v t'^2 + 0
 \end{aligned}$$

با توجه به این که نسبت $\frac{t'}{t}$ را می‌خواهیم عبارت دو را بر یک تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{2x}{x} = \frac{\cancel{2} a_v t'^2}{\cancel{2} a_1 t^2} \quad 2 = \frac{a_v}{a_1} \times \frac{t'^2}{t^2}$$

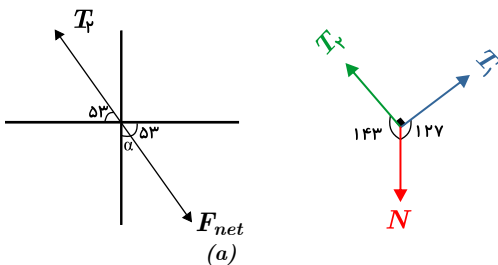
همچنین نسبت شتاب را بر حسب F و m می‌نویسیم:

$$2 = \frac{2 \frac{F}{m}}{\sqrt{2} \frac{F}{m}} \times \frac{t'^2}{t^2} \quad \cancel{2} = \frac{\cancel{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{t'^2}{t^2} \quad \sqrt{2} t'^2 = t^2 \quad \frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{2}{2}}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

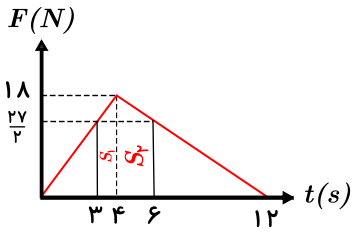
$$\begin{aligned}
 \frac{W}{\sin 90} &= \frac{T_v}{\sin 127} \Rightarrow \frac{20}{1} = \frac{T_v}{0,6} \quad T_v = 12 \text{ N} \\
 \vec{T}_v + \vec{W} + \vec{T}_1 &= 0 \quad \vec{W} + \vec{T}_1 = -\vec{T}_v \\
 a &= \frac{F_{net}}{m} = \frac{|\vec{W} + \vec{T}_1|}{m} = \frac{T_v}{m} = \frac{12}{2} = 6
 \end{aligned}$$

شتاب در جهت $-\vec{T}_v$ است.



سه ثانیه دوم حرکت همان $t = 3$ تا $t = 6$ است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷)

می‌دانیم که مساحت زیر نمودار $F - t$ برابر ΔP است که در بازه ۳ تا ۶ محاسبه می‌کنیم:



$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

نیرو را در ثانیه ۳ و ۶ محاسبه می‌کنیم.

با استفاده از تشابه داریم:

$$\frac{18}{4} = \frac{x}{3} \quad [1]$$

$$x = \frac{27}{2}$$

$$\frac{18}{8} = \frac{x}{6} \quad [2]$$

$$x = \frac{\cancel{18} \times \cancel{3}}{\cancel{8} \times \cancel{2}} = \frac{27}{2}$$

مساحت دوزنقه S_1 و S_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\frac{27}{2} + 18}{2} \times 3 \Rightarrow 15,75 = S_1$$

$$\frac{\frac{27}{2} + 18}{2} \times 6 \Rightarrow 31,5 = S_2$$

$$\Delta p = S_1 + S_2$$

$$\Delta p = 47,25$$

$$\vec{F}_{net} = \frac{47,25}{3} \Rightarrow 15,75$$

از آنجایی که داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸**

$$\vec{F}_{net} = m \vec{a}$$

$$\vec{W} + f_D = m \vec{a}$$

$$-2j + f_D = 0,2(-30i - 15j)$$

$$-2j + f_D = -6i - 3j$$

$$f_D = -6i - j \Rightarrow f_D = \sqrt{37}N$$

ابتدا از رابطه پایستگی انرژی تندی را در نقطه B به دست می‌آوریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹**

$$E_A = E_B \quad U_A = K_B$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mV_B^2 \quad V_B = \sqrt{2gh}$$

$$V_B = \sqrt{2gL(1 - \cos 37)} = \sqrt{2 \times 10 \times (1 - 0,8)} = 2 \frac{m}{s}$$

$$T - mg = m \frac{V^2}{r}$$

$$T - 5 = 0,5 \times \frac{(2)^2}{1} \Rightarrow T = 7N$$

انرژی جنبشی ماهواره برابر عبارت روبه‌رو است: **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰**

تندی دورانی ماهواره برابر $V = R_e \sqrt{\frac{g}{r}}$ است.

فاصله ماهواره از زمین $2R_e$ است. اگر این فاصله نصف شود، خواهیم داشت:

$$h' = \frac{h}{\gamma} = \frac{2R_e}{\gamma} = R_e$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{R_e + 2R_e}{R_e + R_e}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

۲۱) نادرستی جمله الف: هر گاه نوسانگر به دو انتهای پاره خط نزدیک می شود تندی حرکت کاهش می یابد.

درستی جمله ب: علامت شتاب همیشه مخالف علامت مکان است و علامت سرعت هم با توجه به جهت حرکت مشخص می شود.

درستی جمله ج: در مکان های منفی شتاب و نیرو مثبت هستند. مقدار a و F و U زمانی که به دو انتهای پاره خط نزدیک می شویم افزایش می یابد. درست برعکس مقادیر K و V .

نادرستی جمله د: حرکت به سمت تعادل تند شونده و هنگام دور شدن از آن کند شونده است.

۲۲) ۱ ۲ ۳ ۴

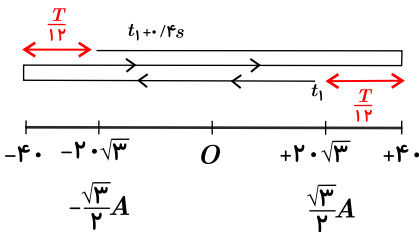
$$2\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.1s \Rightarrow \frac{T}{4} = 0.025s$$

$$t = \frac{T}{2} = 0.05s \quad t = \frac{T}{4} = 0.025s \quad t = 0$$



هر چه نوسانگر به نقطه تعادل نزدیکتر باشد حرکت با تندی بیشتری انجام می شود و در مدت زمان معینی مسافت بیشتری را طی می کند. در بین بازه های زمانی داده شده $0.023s$ تا $0.024s$ به نقطه تعادل نزدیک تر است.

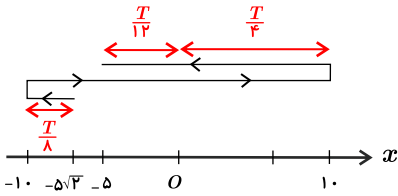
۲۳) ۱ ۲ ۳ ۴



$$\text{کل زمان حرکت} = 3\frac{T}{2} - 2\frac{T}{12} = 16\frac{T}{12} = 4\frac{T}{3} = 0.4 \Rightarrow T = 0.3s$$

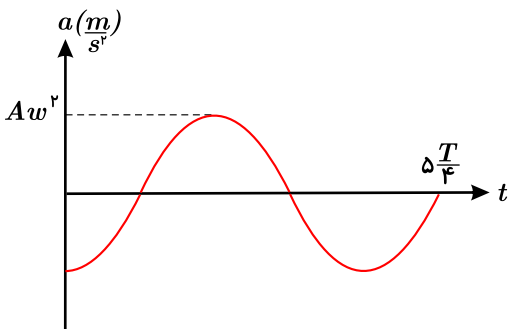
انرژی جنبشی در انتهای پاره خط صفر و در نقطه تعادل بیشینه است. بنابراین $\frac{T}{4} = 0.075s$ زمان می برد تا برای اولین بار انرژی جنبشی از صفر به بیشینه برسد.

۲۴) ۱ ۲ ۳ ۴



$$\begin{aligned} \frac{T}{8} + \frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} &= \frac{23}{96} \\ \frac{(3 + 12 + 6 + 2)T}{24} &= \frac{23}{24}T = \frac{23}{96} \\ \Rightarrow T &= \frac{1}{4}s = 0.25s \end{aligned}$$

۲۵) ۱ ۲ ۳ ۴



$$\frac{\Delta T}{4} = 0.5 \Rightarrow T = 0.4s \Rightarrow w = \frac{2\pi}{T} = 5\pi$$

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow w^2 = \frac{k}{m} = 25\pi^2 = \frac{k}{1}$$

$$k = 250 \frac{N}{m}$$

$$Aw^2 = 2\pi^2 \Rightarrow A \times 25\pi^2 = 2\pi^2 \Rightarrow A = \frac{2}{25} = \frac{\lambda}{100}m = \lambda cm$$

$$\text{تعداد نوسان } n = \frac{t}{T} = \frac{5}{0.4} = 12.5 \Rightarrow L = n(4A) = 50A = 400cm$$

۲۶) در حرکت نوسانی ساده زمانی که بزرگی مکان بیشینه است ($x = \pm A$) سرعت صفر و زمانی که بزرگی سرعت بیشینه است ($v = \pm Aw$) مکان صفر است

پس داریم:

$$v = 0 \Rightarrow 25 - 100A^2 = 0 \Rightarrow A^2 = \frac{25}{100} \Rightarrow A = 0.5m$$

$$x = 0 \Rightarrow Aw = 5 \Rightarrow w = \frac{5}{0.5} = 10 \Rightarrow f = \frac{10}{2\pi} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}Hz$$

$$w = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow 10 = \sqrt{\frac{10}{L}} \Rightarrow L = 0.1m = 10cm$$

$$v = \text{تعداد نوسان ها در } v = 6 \times \frac{5}{3} = 10$$

اگر در هر ۶ ثانیه یک نوسان بیشتر انجام شود یعنی ۱۱ نوسان این به این معناست که:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{11}{10}$$

پس:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{w_2}{w_1} = 1,1 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 1,21 \cong 1,2 \Rightarrow$$

$$L_2 = \frac{10}{1,2} \cong 8,5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$E = K + u = \frac{1}{2} m A^2 w^2 \Rightarrow \frac{125}{10000} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{100} \times \frac{1}{100} \times w^2 \Rightarrow w^2 = 250$$

$$\Rightarrow w = 5\sqrt{10} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0,4s$$

زمان پایان حرکت $t = 1,2s = 3T$ است. در هر دوره نیمی از زمان حرکت کند شونده و نیمی از زمان حرکت تند شونده داریم.

البته از $3T$ به اندازه $0,1s = \frac{T}{4}$ آغازین حرکت در بازه زمانی ما نیست که می‌دانیم $\frac{T}{4}$ ابتدای حرکت (از A به سمت O) حرکت کند شونده است. پس در این بازه داده شده $0,5s$ حرکت کند شونده و $0,6s$ حرکت تند شونده داریم.

دامنه نوسانگر روی دوره نوسانگر بی تأثیر است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

اگر در انتهای پاره خط نوسان بایستیم تمامی انرژی به صورت انرژی پتانسیل در فنر ذخیره می‌شود و جسم انرژی جنبشی ندارد. اگر در این نقطه قسمتی از جرم نوسانگر جدا شود انرژی مکانیکی تغییری نمی‌کند.

در هر نقطه‌ای که مکان نوسانگر مثبت است شتاب نوسانگر منفی است. (نقاط A و D) هر زمان نوسانگر به سمت انتهای پاره خط می‌رود بزرگی شتاب افزایش ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

می‌یابد و هر زمان به نقطه تعادل نزدیک می‌شود بزرگی شتاب کاهش می‌یابد. با توجه به این که موج به سمت چپ منتشر می‌شود و هر ذره موقعیت ذره قبلی را می‌گیرد و نقطه A به سمت انتهای پاره خط می‌رود.

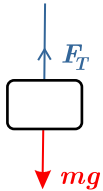
۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$v = \lambda f = 0,4 \times 20 = 8 \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F_T L}{m}} \Rightarrow 64 = \frac{F_T \times 1}{0,2} \Rightarrow F_T = 12,8N$$

با توجه به اینکه نیروی کشش طناب باید $12,8$ نیوتن باشد و این نیرو از وزن جسم کمتر است شتاب آسانسور باید به سمت پایین باشد.

$$mg - F_T = ma \Rightarrow 20 - 12,8 = 2a \Rightarrow a = 3,6 \frac{m}{s^2}$$





انستارات خوستخوان

خوشخوان